შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

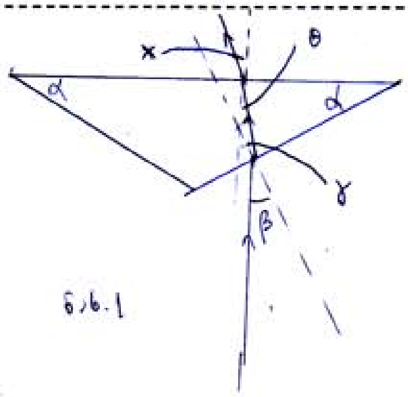
მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/755

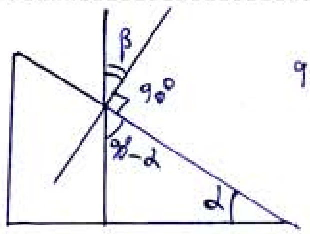
ამოცანა № 1

გვერდი № 1

ა)



ნახ.1

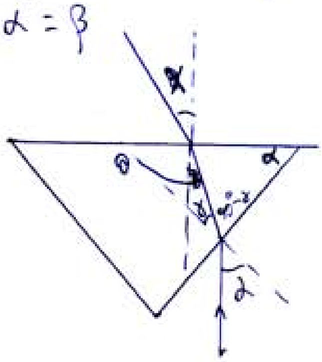


ნახ.2

$90^\circ-\alpha+90^\circ+\beta=180^\circ$

$\alpha=\beta$

$\alpha=\beta$



$\theta=90^\circ-180^\circ+90^\circ-\gamma+\alpha=\alpha-\gamma$

როგორც ვიცით

$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=n$ $\qquad \frac{\sin x}{\sin\theta}=n$

ჩვენ გვაინტერესებს სხივის გასვლა ანუ x კუთხე

$\sin x=n\sin\theta=n\sin(\alpha-\gamma)$

$\sin\gamma=\frac{\sin\alpha}{n}$ $\qquad \cos\gamma=\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}}=\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{n}$

$\sin x=n\sin(\alpha-\gamma)=n(\sin\alpha\cos\gamma-\cos\alpha\sin\gamma)=n\left(\sin\alpha\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{n}-\cos\alpha\frac{\sin\alpha}{n}\right)=$

$=\sin\alpha\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}-\cos\alpha\sin\alpha$

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

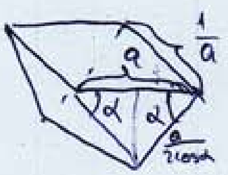
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/ 755

ამოცანა № 1

ბ) რადგან [illegible] ინტენსივობა პროპორციულია [illegible] წინის სიჩქარის, [illegible] ნაწილის [illegible] მასა.. ავიღოთ [illegible] ის ნაწილი, რომელიც [illegible] წინის სიჩქარე $\frac{1}{a}$, რომ [illegible]



ამ [illegible] მოცულობა [illegible]

$$V=\frac{1}{a}\cdot\frac{a^2\sin\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{a\,tg\alpha}{2}$$

(a-ს [illegible])

ამ ნაწილის მასა $m=\rho V=\frac{\rho a\,tg\alpha}{2}$

[illegible]

$$A=\frac{Fat^2}{2}=\frac{F^2t^2}{2m}$$

[illegible] $A_0=\frac{F^2}{2m}$ $F=mg$

$$A_0=\frac{mg^2}{2}$$

ინტენსივობა [illegible] $I=A_0=\frac{mg^2}{2}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/755

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

მოც.: $M_i, M_m, T_i, R, R_i, G, m, v_0$

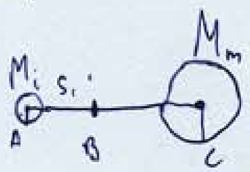
1. ჯ.ვ. v

ვიცით იუპიტერის მთვარე წრიულად ბრუნავს ... T_i და მისი ორბიტის რადიუსი R.

$S \approx 2\pi R$

$$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi R}{T_i}$$

2. S_1



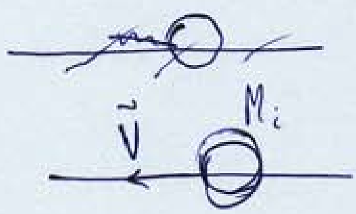
ვიპოვოთ ეს წერტილი B.

$$F_1 = F_2 \qquad G\frac{M_i m}{AB^2} = G\frac{M_m m}{BC^2} \qquad \frac{AB}{BC} = \sqrt{\frac{M_i}{M_m}}$$

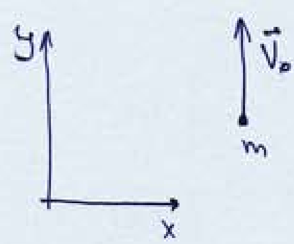
$$AB + BC = R$$

$$S_1 = AB = \frac{R\sqrt{\frac{M_i}{M_m}}}{1+\sqrt{\frac{M_i}{M_m}}}$$

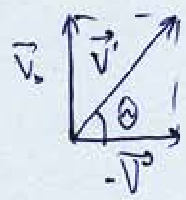
3. $v' = ?$ $\theta_0 = ?$



ინერციული დამკვირვებლის ათვლის სისტემად ავირჩიოთ ისეთი, რომელიც მოძრაობს V-სიჩქარით და ბირთვის სიჩქარის საწინააღმდეგოდ. ბირთვის V_0 სიჩქარეს ემატება [illegible] V სიჩქარე.



$$\vec{V}' = \vec{V}_0 - \vec{V}$$



$$|\vec{V}'| = \sqrt{V^2 + V_0^2}$$

$$tg\,\theta = \frac{V_0}{V}$$

4. $E = ?$

ინერციული დამკვირვებლის ათვლის სისტემაში ბირთვი [illegible] V' სიჩქარით, რადგან [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] კინეტიკური ენერგია, ამიტომ

$$E = \frac{mV'^2}{2} = \frac{m(V^2 + V_0^2)}{2}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

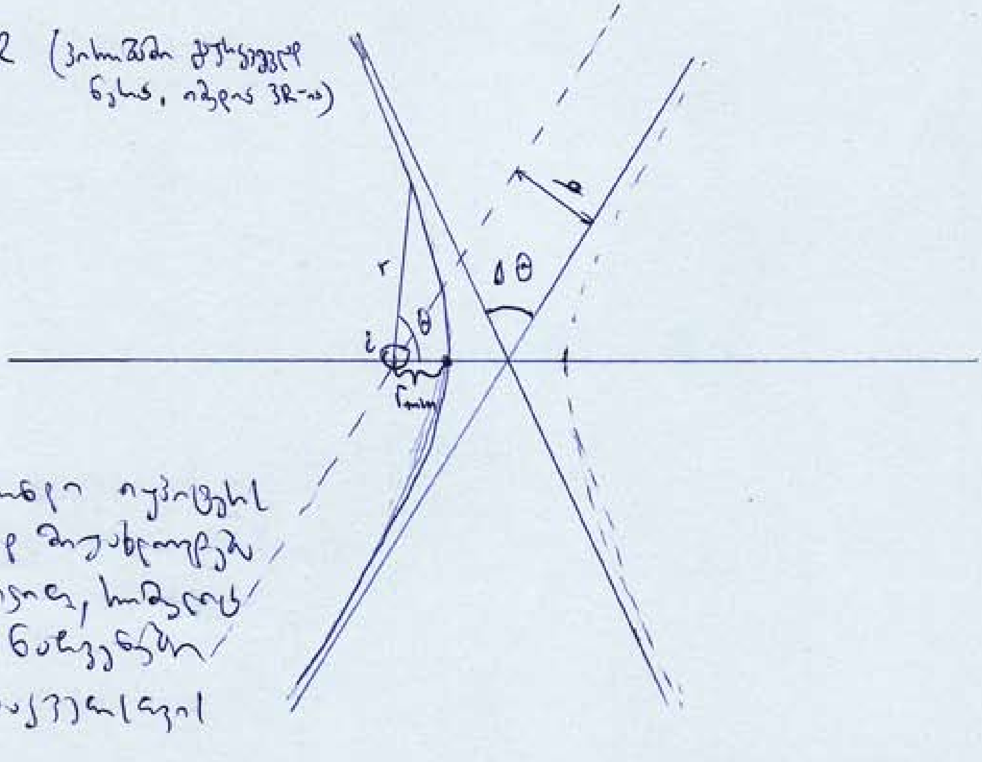
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	29.04.2012/ ფიზ/ IV/ 755

ამოცანა № 4   გვერდი № 3

5. $$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b^2}{G^2M^2m}}\cos\Theta\right)$$

$r_{min} = 3R$ (ვინაიდან ფოტონებისთვის ნახვა, იქნება 3R-ზე)



ცხადია ზონდი იქნება
მაქსიმალურ მიახლოებაში
იმ მანძილზე, როდესაც
ნახაზზე ნაჩვენები
ეს მიმართულება
$\theta = 0$
ესე

$$\frac{1}{r_{min}} = \frac{1}{3R} = \frac{GM}{v'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b^2}{G^2M^2m}} \cdot 1\right)$$

b - ვასწორებთ ამისთვის მიახლოებით მინიმალურ მანძილს, რომ ზონდი იქნება არ ჩავარდეს ხვრელში, ანუ ზედ შეეხება, ან ეს უმცირესი მნიშვნელობა b-სთვის

$$v'^2 b^2 = 3RGM + 3RGM\sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b^2}{G^2M^2m}} \Rightarrow b_{min}$$

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/755

ამოცანა № 4

გვერდი № 4

ცხადია [illegible] [illegible], [illegible] ანუ $\Delta\theta$-ს [illegible] [illegible]

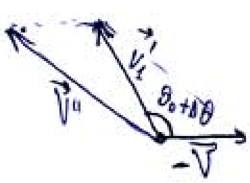
[illegible]

მე-5-ე საკითხის [illegible]

$$\cancel{\cos\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)} \quad \frac{-1}{\sqrt{1+\frac{2EV'^2b^2}{G^2M^2m}}} = \cos(\theta_0+\Delta\theta)$$

[illegible] b-ს [illegible], [illegible], მივიღებთ $\Delta\theta$-ს [illegible].

7. მე-6-ე საკითხში ვიპოვეთ θ_0 და V', [illegible] V' [illegible], [illegible] $\theta_0+\Delta\theta$ [illegible]. [illegible] V'' [illegible]



ნახაზიდან ცხადია, რომ

$$|V''| = \sqrt{V^2+V'^2-2VV'\cos(\theta_0+\Delta\theta)} \quad (1)$$

$$V' = \sqrt{V^2+V_0^2} \quad (2)$$

(2)-ის (1)-ში ჩასმით მივიღებთ V''-ის დამოკიდებულებას V, V_0 და $\Delta\theta$-ზე.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

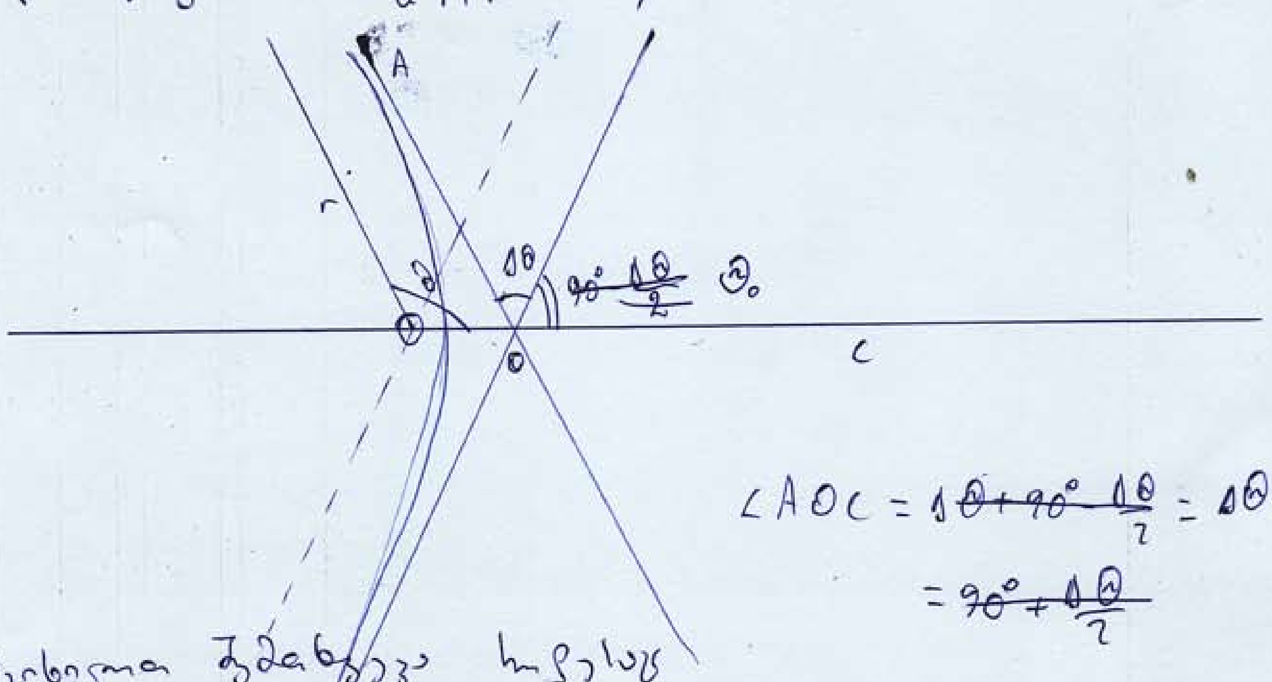
მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/755

ამოცანა № 4

გვერდი № 5

5) $\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b'^2}\left(1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b'^2}{G^2M^2m}}\cos\theta\right)$



$\angle AOC = \Delta\cancel{\theta + 90^\circ - \frac{\Delta\theta}{2}} = \Delta\theta + \theta_0$

$= \cancel{90^\circ + \frac{\Delta\theta}{2}}$

განვიხილოთ შემთხვევა როდესაც

$\theta = \angle AOC = \cancel{90^\circ + \frac{\Delta\theta}{2}} = \theta_0 + \Delta\theta$

ამ შემთხვევაში $\frac{1}{r}$ შეგვიძლია ჩავთვალოთ ნული როცა $r\to\infty$

$0 = \frac{GM}{v'^2b'^2}\left(1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b'^2}{G^2M^2m}}\cos\left(\theta_0+\frac{\Delta\theta}{2}\right)\right)$ $\qquad \frac{GM}{v'^2b'^2} \neq 0$

$\cancel{-1 = \cos\left(90^\circ+\frac{\Delta\theta}{2}\right) = -\sin\frac{\Delta\theta}{2}}$

$-1 = \sqrt{1+\frac{2Ev'^2b'^2}{G^2M^2m}}\cdot\cos\left(\frac{\Delta\theta}{2}+\theta_0\right)$ $\cancel{\sin\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b'^2}{G^2M^2m}}}}$

$\cos(\theta_0+\Delta\theta) = -\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b'^2}{G^2M^2m}}}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 43-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ ფიზ/ IV/ 755

ამოცანა № 4

გვერდი № 6

8) მიღებულ ფორმულაში

$$v'' = \sqrt{2v^2 + v_0^2 - 2v\sqrt{v^2+v_0^2}\cos(\theta_0 + \Delta\theta)}$$

ხოლო $\Delta\theta$-ს აქვს მიღებული max მნიშვნელობა საწყის ბოლოში ფორმულიდან გამოვიყვანეთ.

$$\cos(\theta_0 + \Delta\theta) = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b_{min}^2}{G^2M^2m}}}$$

$$v'' = \sqrt{2v^2 + v_0^2 - 2v\sqrt{v^2+v_0^2}\cdot\left(\sqrt{1+\frac{2Ev'^2 b_{min}^2}{G^2M^2m}}\right)^{-1}}$$

b_{min} აქვს ნაპოვნი ზემოთ ზედა.